

整数 フローチャート

整数問題の頻出的な考え方

★倍数・剰余系：

↓

自然数 N を整数 m でわったときの余りに関する問題や、 m の倍数に関する問題は、

$$N = mk + r$$

$$(0 \leq r \leq m-1)$$

(k, m は整数)

とにおいて場合分けして考える。

《重要》

連続する m 個の整数の積は m の倍数である。

↓

連続する 3 つの数の積は 2 の倍数かつ 3 の倍数より、必ず 6 の倍数になる。

★基本的に“素数”には注意しておこう。素数 p は

$$『p = 1 \times p』$$

にしか分解できないので、整数問題では使いやすい。

★整数解 (因数分解系)：

↓

不定方程式における整数解を求める場合、まず因数分解して、

$$N \cdot M = \text{定数}$$

の形に直せるかどうかを考える。直せば、整数 N, M を当てはめて考えていく。

《重要》

不定方程式を因数分解したとき、

$$N \cdot k = M \cdot \ell$$

(N, M, k, ℓ は整数)

に変形できたとする。このとき、

《N と M が互いに素》

であるならば、

$$\begin{cases} k \text{ は } M \text{ の倍数} \\ \ell \text{ は } N \text{ の倍数} \end{cases}$$

であることがいえる。

★整数解 (絞込み系)：

↓

求めるもののみたす不等式、即ち取りうる範囲から考えるという方法。

例えば

$$\frac{12}{5} < N \leq 4$$

(等号は成立)

をみたす整数 N は $N = 3, 4$ である。

《重要》

実数条件を利用して絞込みを考えることは、なぜか忘れて人が多い…

(例) $x^2 + y^2 = 5$ をみたす整数 x, y の組を求めよ。

[解] $y^2 \geq 0$ より

$$5 - x^2 \geq 0$$

$$\therefore -\sqrt{5} \leq x \leq \sqrt{5}$$

したがって、

$$x = -2, -1, 0, 1, 2$$

$x^2 + y^2 = 5$ を考慮して

(x, y) = (1, 2), (2, 1)
 (-1, 2), (-2, 1), (1, -2)
 (2, -1), (-1, -2), (-2, -1)

の 8 組。