式の計算（2） フローチャート

色々な計算

因数分解

(*Step1*)共通因数でくくりだす。

(*Step2*)複数の文字式の場合、どれか 1 文字に着目して整理してから考える 。

(*Step3*)公式を利用する。

(*Step4*)これ以上因数分解できないところまで行なう。

★なぜ因数分解は大事か：

因数分解をすることは、その式がどんな因数をもつのかがわかる。これは、倍数の判別などにも使えるし、また、最小公倍数や最大公約数などを考えるのにも使える。

さらに、式を“積”の形に直すことで、以下のような分析が出来るようになる。

↓

- $A\times B=0\Rightarrow A=0$ または $B=0$
- $A\times B>0\Rightarrow A>0$ かつ $B>0$
  または $A<0$ かつ $B<0$
- $A\times B<0\Rightarrow A>0$ かつ $B<0$
  または $A<0$ かつ $B>0$

対称式

与えられた式の文字のどの 2 文字を入れ替えても元の式と変わらない式が対称式。

対称式は、必ず「基本対称式」で表せるという性質がある。以下の有名な変形は必ず覚えておこう。

↓

1. $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$
2. $a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)$
3. $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$

4. $a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$
5. $a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$

2 項展開を考える

$$(a+b)^n={}_nC_0a^nb^0+{}_nC_1a^{n-1}b^1+{}_nC_2a^{n-2}b^2+\cdots\cdots+{}_nC_{n-1}a^1b^{n-1}+{}_nC_0a^0b^n$$

↓

いつも展開したときの一般項の $\boxed{{}_nC_ka^{n-k}b^k}$ （$k=0,12,\cdots n$）に注目しよう。

↓

問題に与えられた条件に合う k を見つけ出すのが基本である。

$\boxed{\text{２項展開の応用（頻出なもの）}}$

$\boxed{{}_nC_k\text{ で構成される式の和}}$

↓

与えられた式の一般項

$$\boxed{{}_nC_k a^{n-k} b^k}$$

において a と b が何になるかを考える。

（例）${}_nC_0 + {}_nC_1 + \cdots + {}_nC_{n-1} + {}_nC_n$

の一般項は ${}_nC_k \cdot 1^{n-k} \cdot 1^k$

であるので、$a=1$ かつ $b=1$

したがって、与式は

$$(1+1)^n$$

の展開である。よって、

$${}_nC_0 + {}_nC_1 + \cdots + {}_nC_{n-1} + {}_nC_n = 2^n$$

$\boxed{\text{整数の分析}}$

↓

整数を２項の和に分けて、２項定理を使って展開してから分析する。

（例）12^5 の１の位の数は、

$$12^5 = (10+2)^5$$
$$= {}_5C_0 10^5 \cdot 2^0 + {}_5C_1 10^4 \cdot 2^1 + \cdots + {}_5C_4 10^1 \cdot 2^4 + {}_5C_5 10^0 \cdot 2^5$$

より

１の位の数は 2^5 の１の位の数と等しい

したがって、１の位の数は 2 である。