二次関数（2） フローチャート

方程式 $f(x)=g(x)$ の解は

$$\begin{cases} y=f(x)\cdots① \\ y=g(x)\cdots② \end{cases}$$

①と②の共有点の x 座標の値と考えることができる。

↓ とくに

$f(x)=0$ は

$y=f(x)$ と x 軸との共有点の x 座標である。

★ $ax^2+bx+c=0\ (a\neq 0)$ は、

$D=b^2-4ac>0\cdots$ 異なる 2 つの実数解

$D=b^2-4ac=0\cdots$ 重解

$D=b^2-4ac<0\cdots$ 実数解をもたない

※これは、$y=ax^2+bx+c$ の頂点の y 座標の符号で判別しても同じことになる。

★ $y=ax^2+bx+c$ が描く放物線が、x 軸から切り取る線分の長さ ℓ の求め方

↓

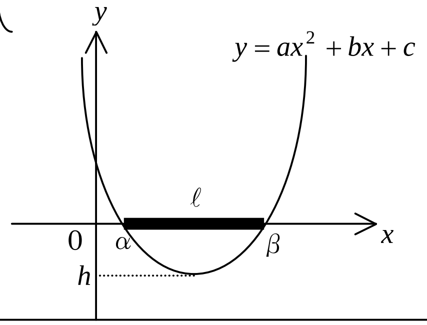
<u>基本は 2 次方程式の解を利用</u>

① $\ell=\dfrac{\sqrt{b^2-4ac}}{|a|}$

② $\ell=\beta-\alpha=\sqrt{(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta}$

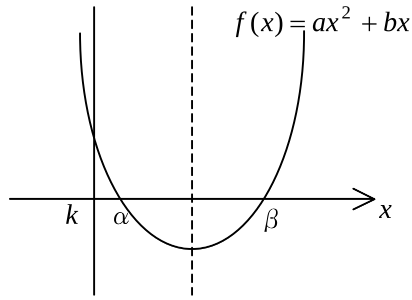
③頂点の y 座標を h とすると、

$h=-a\left(\dfrac{\ell}{2}\right)^2$ である。



★2 次方程式の解の、解の分離

① $ax^2+bx+c=0\ (a\neq 0)$ が k より大きい 2 解を持つ条件は

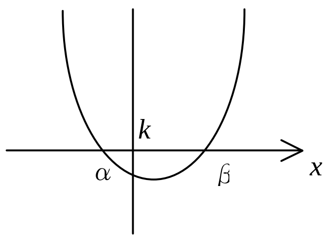


$$\begin{cases} \text{（判別式）} D\geqq 0\ (\text{（頂点の}y\text{）}\leqq 0) \\ \text{（軸の方程式が } x=a \text{ のとき）}\quad a>k \\ f(k)>0 \end{cases}$$

<u>判別式</u>・<u>軸の位置</u>・<u>端点の y の座標</u>を考えていこう。

② $ax^2+bx+c=0\ (a\neq 0)$ が k より大きい解と、k より小さい解を持つ条件は

$\boxed{f(k)<0}$



不等式 $f(x)>g(x)$ の解は

$$\begin{cases} y=f(x)\cdots① \\ y=g(x)\cdots② \end{cases}$$

（①の y ）＞（②の y ）をみたす x 座標の範囲と考えることができる。

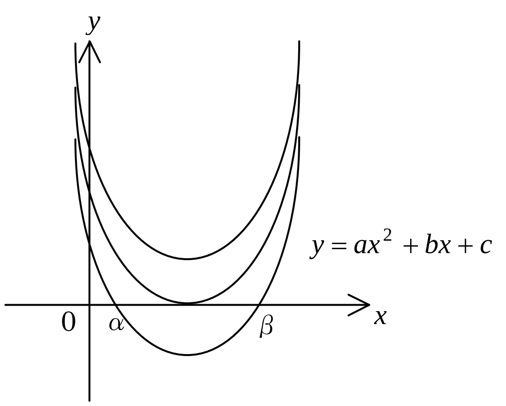
↓とくに

$f(x)>0$ は
$y=f(x)$ が x 軸より上方にある x の範囲である。

★ $ax^2+bx+c>0\ (a>0)$ は、
$ax^2+bx+c=0$ の解が $\alpha,\beta\ (\alpha \leqq \beta)$ のとき
$D=b^2-4ac>0\cdots\ x<\alpha$ ，$x>\beta$
$D=b^2-4ac=0\cdots\ x\neq\alpha\ \ (x\neq\beta)$
$D=b^2-4ac<0\cdots$ すべての実数

★ $ax^2+bx+c\leqq 0\ (a>0)$ は、
$ax^2+bx+c=0$ の解が $\alpha,\beta\ (\alpha \leqq \beta)$ のとき
$D=b^2-4ac>0\cdots\ \alpha\leqq x\leqq\beta$
$D=b^2-4ac=0\cdots\ x=\alpha\ \ (x=\beta)$
$D=b^2-4ac<0\cdots$ 解なし

※ $y=ax^2+bx+c$ のグラフと x 軸の位置関係で考えてみよう。



★不等式の応用
（関数が最大値と最小値を持つ場合）

① 与えられた定義域内において、常に $f(x)>0$ が成り立つ条件は
　（ $y=f(x)$ の最小値）>0

② 与えられた定義域内において、常に $f(x)<0$ が成り立つ条件は
　（ $y=f(x)$ の最大値）<0

③ 与えられた定義域内において、常に $f(x)>g(x)$ が成り立つ条件は、
$h(x)=f(x)-g(x)$ とおいて
　（ $y=h(x)$ の最小値）>0

④ 与えられた定義域内において、$f(x)>0$ をみたす x がある条件は
　（ $y=f(x)$ の最大値）>0