

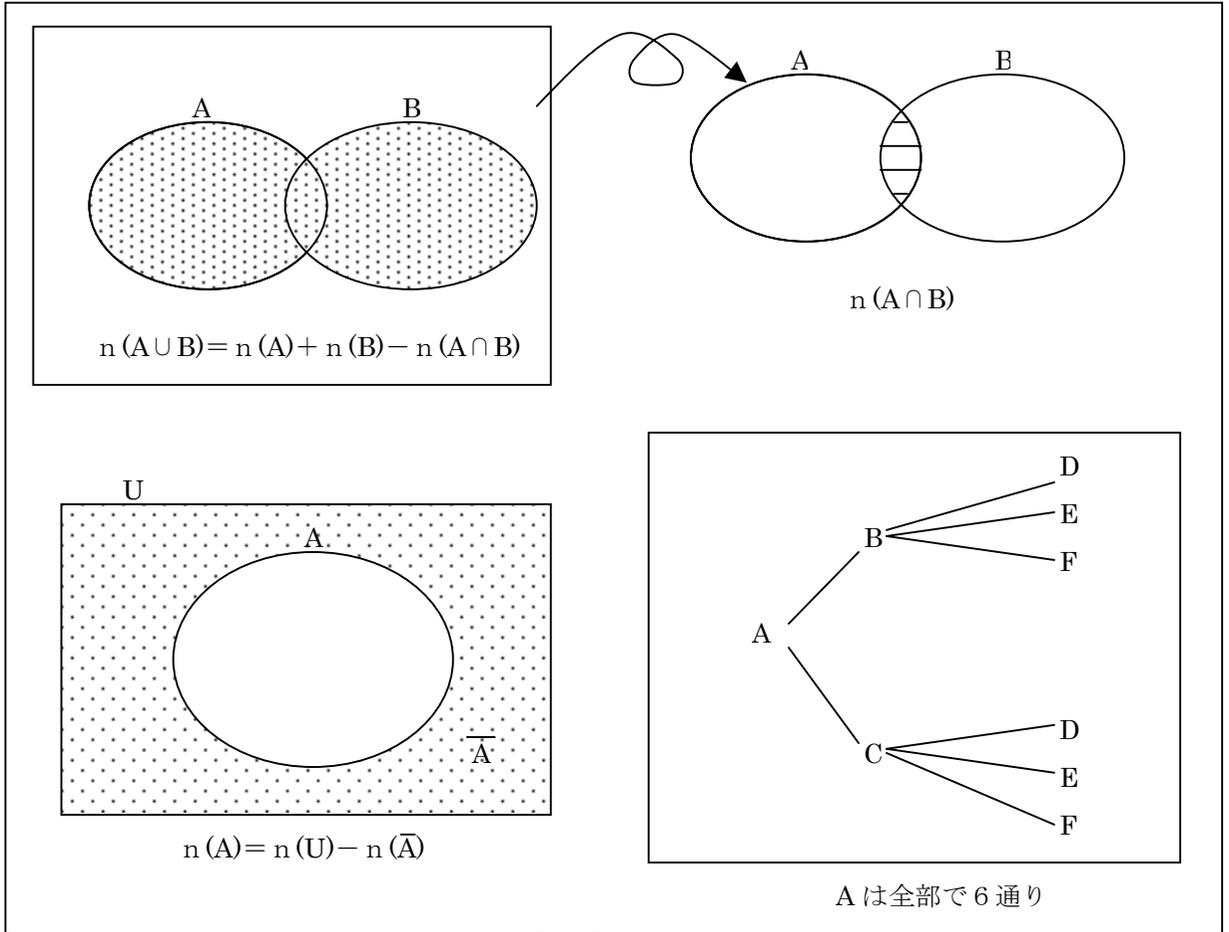
個数の処理 (場合の数) フローチャート

起こりうる場合の数を数え上げる



複雑な場合は、集合のベン図や樹形図を使って考えると分かりやすい

(集合 A の要素の個数を $n(A)$ とする)



和の法則:

同時に起きない2つの事柄 A,B に対し、
A のおき方が m 通り、B のおき方が n 通り
であるならば、

『A または B の起こる場合の数』



(m + n) 通り

積の法則:

2つの事柄 A,B に対し、その各々に対し
A の起き方が m 通り、B の起き方が n 通りで
あるならば、

『A かつ B の起こる場合の数』



(m × n) 通り

★順列 (並べる) :

異なる n 個のものを一列に並べる方法は

$$n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$$

通りある。これを $n!$ と書く。



異なる n 個のものから r ($n \geq r$) 個をとって一列に並べる方法は

$$n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-r+1)$$

通りある。これを ${}_n P_r$ と書く。

$${}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!} \text{ である。}$$



異なる n 個のものを円形に並べる方法は n 個の重複があるので、

$$\frac{n!}{n} = (n-1)!$$

通りある。これは、一つを固定した

残りの $n-1$ 個を 1 列に並べた順列に等しい

(対称形の並びをするときはこれと同じように考えよう)



異なる n 個のものから、同じものをとることを許して r 個をとって一列に並べる方法は

$$n \cdot n \cdot n \cdot \dots \cdot n = n^r$$

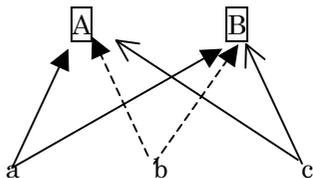
通りある。これは例えば、

『 a, b, c を A, B の 2 組に分ける方法』

というような、

各組に入る数が自由である組み合わせ

という時にも使える。



この例題は 0 人の組も許すのならば 2^3 通りある。 3^2 通りではないことに注意しよう。

★組合せ (取るだけ; 並べない) :

異なる n 個のものから r 個をとる方法は、とった後の r 個の並び方を考えなくていいので

$$\frac{{}_n P_r}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

通りある。これを ${}_n C_r$ と書く。



$n = r + m + s$ (r, m, s : 自然数) とする。異なる n 個のものから r 個をとって A 組に分け、さらに m 個をとって B 組に分け、さらに s 個をとって C 組に分ける方法は、

$${}_n C_r \cdot {}_{n-r} C_m \cdot {}_{n-r-m} C_s$$

通りである。このとき、分ける先が区別されていないならば、同じ数で分けた場合はその数の階乗で必ず割っておくこと。



n 個のものを一列に並べるに並べるとき、同じものが m ($n \geq m$) 個入っているならば、まず m 個を先に並べてから、残りの異なる $(n-m)$ 個を並べればよいので、

$${}_n C_m \cdot (n-m)! = \frac{n!}{m!}$$

である。これは結局、同じものの個数の階乗で割っておけばよいということである。



区別のつかない n 個のものを r 組に分ける方法は、分け方は分ける数によって区別され決まってくるものである。

これは、0 個の組も許すのであれば、同じである n 個の \circ と $(r-1)$ 個の仕切り ($|$) を一列に並べる方法を考えればよい。つまり

$$\frac{(n+r-1)!}{n!(r-1)!} = {}_{n+r-1} C_{r-1}$$

通りである。