式の証明（2）　不等式の証明 フローチャート

不等式 $A \geqq B$ を示す。

基本は $A-B \geqq 0$ を示す

つまり、 $A-B$ を計算したら、

0 以上になったことを示す。

★有名な不等式を使って証明しても良い

① $x \geqq 0,\ y \geqq 0$ のとき，$\dfrac{x+y}{2} \geqq \sqrt{xy}$（等号は $x=y$ のとき成立）

② $(a^2+b^2)(x^2+y^2) \geqq (ax+by)^2$（等号は $a:b=x:y$ のとき成立）

示す方法

① $A-B$ を因数分解して積の形にする

→ $A-B=C\times D$ であれば

$$\begin{cases} C>0 \text{ かつ } D>0 \text{ ならば } A-B>0 \\ C<0 \text{ かつ } D<0 \text{ ならば } A-B>0 \\ C>0 \text{ かつ } D<0 \text{ ならば } A-B<0 \\ C<0 \text{ かつ } D>0 \text{ ならば } A-B<0 \end{cases}$$

② $A-B$ を平方和を使って表す

→ $A-B=(\quad)^2+(\quad)^2+\cdots(\quad)^2$

であれば、

$A-B \geqq 0$ である。

（等号は各（　　）がすべて 0 のときに成立する。）

※計算するとき、以下のことも含めて考えていこう

◆ $A \geqq 0$ かつ $B \geqq 0$ のとき，$A \geqq B$ を示すことは $A^2 \geqq B^2$ を示せばよい。

◆ $a>b$ かつ $c>d$ のとき，$a+c>b+d$, $a-d>b-c$ が成り立つ。

◆ $|x| \geqq x$ （等号は $x \geqq 0$ のとき成立）である。

◆ $A>C$ を示すことは，$A>B$ かつ $B>C$ を示してもよい。