整式の除法　フローチャート

整式 A を整式 B で割ったとき、商を（整式）Q、余りを（整式）R とすると

$$\boxed{A = B \cdot Q + R}$$

が成り立つ。ただし R は B より次数の低いものである。

覚えておこう…

一般に、$\alpha = a \pm \sqrt{b}$（a は有理数、$\sqrt{b}$ は無理数）であるとき、α は必ず $(\alpha - a)^2 = b$ の 2 次方程式をみたす。

★次数下げて整式の値を求める：

$f(\alpha)$ の値を求めるとき、α が $\underline{g(\alpha) = 0}$ をみたすとする。

Step1) $f(x)$ を $g(x)$ で割る

Step2) x に α を代入する

Step3) $g(\alpha) = 0$ より、$f(\alpha)$ の値は余りの式の x に α を代入したものである。

★剰余の定理：

$f(x)$ を $(x - \alpha)$ で割ったときの余りを R とすると、

$$f(x) = (x - \alpha)Q(x) + R$$

より、$\boxed{R = f(\alpha)}$ である。

このように、整式を 1 次式で割ったときの余りを求めるとき、剰余の定理は使いやすい。

因数定理につながる

※恒等式

$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0 = 0$ がすべての x において成り立つ条件は

$a_n = a_{n-1} = \cdots = a_1 = a_0 = 0$ である。

$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0 = a'_n x^n + a'_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a'_1 x + a'_0$ が

すべての x において成り立つ条件は

$a_n = a'_n$, $a_{n-1} = a'_{n-1}$, $\cdots$, $a_1 = a'_1$, $a_0 = a'_0$ である。

（各項の係数が一致する）