数と式の計算

重要例題集　数と式の計算

第 1 問【平方根の計算】

次の式を計算せよ．また，分母は有理化せよ．

(1)　$2\sqrt{27}-\sqrt{243}+\sqrt{108}$　　(2)　$(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{6}+2)$

(3)　$\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{6}}{\sqrt{3}-\sqrt{6}}$　　(4)　$\dfrac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}-\dfrac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}$

＜解＞

(1)　$(\text{与式})=2\sqrt{3^3}-\sqrt{3^5}+\sqrt{2^2\cdot 3^3}=6\sqrt{3}-9\sqrt{3}+6\sqrt{3}=3\sqrt{3}$

(2)　$(\text{与式})=(\sqrt{3}-\sqrt{2})\sqrt{6}+(\sqrt{3}-\sqrt{2})2=3\sqrt{2}-2\sqrt{3}+2\sqrt{3}-2\sqrt{2}=\sqrt{2}$

(3)　$(\text{与式})=\dfrac{(\sqrt{3}+\sqrt{6})^2}{(\sqrt{3}-\sqrt{6})(\sqrt{3}+\sqrt{6})}=\dfrac{3+6\sqrt{2}+6}{3-6}=\dfrac{9+6\sqrt{2}}{-3}=-3-2\sqrt{2}$

(4)　$(\text{与式})=\dfrac{(3-\sqrt{5})^2-(3+\sqrt{5})^2}{(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})}=\dfrac{(9-6\sqrt{5}+5)-(9+6\sqrt{5}+5)}{9-5}$

$$=\frac{-12\sqrt{5}}{4}=-3\sqrt{5}$$

第 2 問【整数部分と小数部分】

$\dfrac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$ の整数部分を a，小数部分を b とするとき，$a+2b+b^2$ の値を求めよ．

＜解＞

$$\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}=\frac{(2+\sqrt{3})^2}{2^2-(\sqrt{3})^2}=7+4\sqrt{3}$$

$4\sqrt{3}=\sqrt{48}$，$6^2<48<7^2$ であるから　$7+6<7+4\sqrt{3}<7+7$

すなわち　$13<7+4\sqrt{3}<14$　　ゆえに　$a=13$

よって　$b=7+4\sqrt{3}-13=4\sqrt{3}-6$

このとき　$a+2b+b^2=13+2(4\sqrt{3}-6)+(4\sqrt{3}-6)^2=85-40\sqrt{3}$

第 3 問【対称式の計算】

$x=\dfrac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2}$，$y=\dfrac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}$ のとき，次の値を求めよ．

(1)　x^2+y^2　　(2)　x^3+y^3　　(3)　x^2y+xy^2　　(4)　x^4+y^4

＜解＞

$$x+y=\frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2}+\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}=\frac{(\sqrt{5}+2)^2+(\sqrt{5}-2)^2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}=18$$

$$xy=\frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2}\times\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}=1$$

(1)　$\underline{x^2+y^2=(x+y)^2-2xy}=18^2-2\cdot1=322$

(2)　(1) から　$\underline{x^3+y^3=(x+y)(x^2-xy+y^2)}=18(322-1)=5778$

(3)　$\underline{x^2y+xy^2=xy(x+y)}=1\cdot18=18$

(4)　(1) から　$\underline{x^4+y^4=(x^2+y^2)^2-2(xy)^2}=322^2-2\cdot1^2=103682$

第 4 問【整式の展開－公式利用】

次の式を展開せよ．

(1)　$(x-1)(x+1)(x^2+1)$　　(2)　$(a-1)(a-2)(a^2-3a)$

(3)　$(x-1)(x-3)(x+1)(x+3)$　　(4)　$(a-b)(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)$

(5)　$(a+b)^2(a-b)^2(a^4+a^2b^2+b^4)^2$　　(6)　$(a^2+a-1)(a^2-a-1)$

(7)　$(a^2+2a+3)(a^2-2a+3)$　　(8)　$(x^2+x+1)(2x^2+2x-3)$

＜解＞

(1)　$(\text{与式})=(x^2-1)(x^2+1)=x^4-1$

(2)　$(\text{与式})=(a^2-3a+2)(a^2-3a)=(a^2-3a)^2+2(a^2-3a)=a^4-6a^3+11a^2-6a$

(3)　$(\text{与式})=(x-1)(x+1)\times(x-3)(x+3)=(x^2-1)(x^2-9)=x^4-10x^2+9$

(4)　$(\text{与式})=(a^2-b^2)(a^2+b^2)(a^4+b^4)=(a^4-b^4)(a^4+b^4)=a^8-b^8$

(5)　(与式)$=\{(a+b)(a-b)(a^4+a^2b^2+b^4)\}^2=\{(a^2-b^2)(a^4+a^2b^2+b^4)\}^2$

$=\{(a^2)^3-(b^2)^3\}^2=a^{12}-2a^6b^6+b^{12}$

(6)　(与式)$=\{(a^2-1)+a\}\{(a^2-1)-a\}=(a^2-1)^2-a^2=a^4-3a^2+1$

(7)　(与式)$=\{(a^2+3)+2a\}\{(a^2+3)-2a\}=(a^2+3)^2-4a^2=a^4+2a^2+9$

(8)　(与式)$=\{(x^2+x)+1\}\{2(x^2+x)-3\}=2(x^2+x)^2-(x^2+x)-3=2x^4+4x^3+x^2-x-3$

第 5 問【整式の展開の工夫ー同じものを作る】

次の式を展開せよ.

(1)　$(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$　　　　(2)　$(x+1)(x+3)(x-2)(x-4)$

＜解＞

(1)　(与式)$=\underline{(x+1)(x+4)\times(x+2)(x+3)}=(x^2+5x+4)(x^2+5x+6)$

$=(x^2+5x)^2+10(x^2+5x)+24=x^4+10x^3+35x^2+50x+24$

(2)　(与式)$=\underline{(x+1)(x-2)\times(x+3)(x-4)}=(x^2-x-2)(x^2-x-12)$

$=(x^2-x)^2-14(x^2-x)+24=x^4-2x^3-13x^2+14x+24$

第 6 問【整式の展開の工夫ー同じものを捜してまとめる】

次の式を計算せよ.

(1)　$(a+b+c)^2+(a+b-c)^2+(b+c-a)^2+(c+a-b)^2$

(2)　$(a+b+c)^2-(b+c-a)^2+(c+a-b)^2-(c-b-a)^2$

＜解＞

(1)　(与式)$=\underline{\{(a+b)+c\}^2+\{(a+b)-c\}^2+\{c-(a-b)\}^2+\{c+(a-b)\}^2}$

$=(a+b)^2+2(a+b)c+c^2+(a+b)^2-2(a+b)c+c^2+c^2-2c(a-b)+(a-b)^2$

$+c^2+2c(a-b)+(a-b)^2$

$=2(a+b)^2+2(a-b)^2+4c^2=4a^2+4b^2+4c^2$

(2) (与式) $=\underline{\{(b+c)+a\}^2-\{(b+c)-a\}^2+\{(c-b)+a\}^2-\{(c-b)-a\}^2}$

$$=(b+c)^2+2(b+c)a+a^2-(b+c)^2+2(b+c)a-a^2+(c-b)^2+2(c-b)a+a^2$$
$$-(c-b)^2+2(c-b)a-a^2$$
$$=4(b+c)a+4(c-b)a=8ac$$

第 7 問【整式の因数分解－公式利用】

適当な公式を用いて，次の式を因数分解せよ．

(1) $18a^2b^2-8b^4c^2$	(2) ax^4-16ay^4	(3) $4a^2-\dfrac{1}{9}(b-c)^2$
(4) $2x^2+28xy-144y^2$	(5) $x^2+(a-b)x-ab$	(6) $15x^2-4x-3$
(7) $3x^2+11xy+6y^2$	(8) $2x^4+16x^2-96$	

＜解＞

(1) (与式) $=2b^2(9a^2-4b^2c^2)=2b^2\{(3a)^2-(2bc)^2\}=2b^2(3a+2bc)(3a-2bc)$

(2) (与式) $=a(x^4-16y^4)=a\{(x^2)^2-(4y^2)^2\}=a(x^2-4y^2)(x^2+4y^2)$
$$=a(x+2y)(x-2y)(x^2+4y^2)$$

(3) (与式) $=(2a)^2-\left\{\dfrac{1}{3}(b-c)\right\}^2=\left\{2a+\dfrac{1}{3}(b-c)\right\}\left\{2a-\dfrac{1}{3}(b-c)\right\}$
$$=\frac{1}{9}(6a+b-c)(6a-b+c)$$

(4) (与式) $=2(x^2+14xy-72y^2)=2\{x^2+(18y-4y)x+18y(-4y)\}=2(x+18y)(x-4y)$

(5) (与式) $=(x+a)(x-b)$

(6) (与式) $=(3x+1)(5x-3)$

$$\begin{array}{cccc} 3 & 1 & \longrightarrow & 5 \\ 5 & -3 & \longrightarrow & -9 \\ \hline 15 & -3 & & -4 \end{array}$$

(7) (与式) $=(x+3y)(3x+2y)$

$$\begin{array}{cccc} 1 & 3y & \longrightarrow & 9y \\ 3 & 2y & \longrightarrow & 2y \\ \hline 3 & 6y^2 & & 11y \end{array}$$

(8) (与式) $=2(x^4+8x^2-48)=2(x^2-4)(x^2+12)=2(x+2)(x-2)(x^2+12)$

第 8 問【色々な整式の因数分解－1 文字に着目】

次の式を因数分解せよ.

(1) $x^2+(3y+1)x+(y+4)(2y-3)$ (2) $x^2-2xy+y^2-x+y-2$

(3) $2x^2+5xy+2y^2+4x-y-6$ (4) $2x^2+5xy-3y^2-x+11y-6$

＜解＞

(1) (与式)$=\{x+(y+4)\}\{x+(2y-3)\}=(x+y+4)(x+2y-3)$

(2) (与式)$=x^2-(2y+1)x+y^2+y-2=x^2-(2y+1)x+(y-1)(y+2)$

$=\{x-(y-1)\}\{x-(y+2)\}=(x-y+1)(x-y-2)$

別解 (与式)$=(x-y)^2-(x-y)-2=\{(x-y)+1\}\{(x-y)-2\}=(x-y+1)(x-y-2)$

(3) (与式)$=2x^2+(5y+4)x+2y^2-y-6=2x^2+(5y+4)x+(2y+3)(y-2)$

$=\{x+(2y+3)\}\{2x+(y-2)\}=(x+2y+3)(2x+y-2)$

(4) (与式)$=2x^2+(5y-1)x-(3y^2-11y+6)=2x^2+(5y-1)x-(3y-2)(y-3)$

$=\{x+(3y-2)\}\{2x-(y-3)\}=(x+3y-2)(2x-y+3)$

第 9 問【色々な整式の因数分解－工夫して整理】

次の式を因数分解せよ.

(1) x^4+x^2+1 (2) x^4-27x^2+1 (3) $x^4-11x^2y^2+y^4$

(4) x^4+4y^4 (5) $(x^2+4x)^2-8(x^2+4x)-48$

(6) $(x^2+2x)(x^2+2x-4)+3$ (7) $(x-1)(x-3)(x-5)(x-7)+15$

＜解＞

(1) (与式)$=(x^4+2x^2+1)-2x^2+x^2=(x^2+1)^2-x^2=(x^2+1+x)(x^2+1-x)$

$=(x^2+x+1)(x^2-x+1)$

(2) (与式)$=(x^4-2x^2+1)+2x^2-27x^2=(x^2-1)^2-(5x)^2$

$=(x^2-1+5x)(x^2-1-5x)=(x^2+5x-1)(x^2-5x-1)$

(3) (与式)$=(x^4-2x^2y^2+y^4)+2x^2y^2-11x^2y^2=(x^2-y^2)^2-(3xy)^2$

$=(x^2-y^2+3xy)(x^2-y^2-3xy)=(x^2+3xy-y^2)(x^2-3xy-y^2)$

(4)　(与式)$=\underline{(x^4+4x^2y^2+4y^4)-4x^2y^2=(x^2+2y^2)^2-(2xy)^2}$

$=(x^2+2y^2+2xy)(x^2+2y^2-2xy)=(x^2+2xy+2y^2)(x^2-2xy+2y^2)$

(5)　(与式)$=\underline{\{(x^2+4x)+4\}\{(x^2+4x)-12\}}=(x+2)^2(x+6)(x-2)$

(6)　(与式)$=\underline{(x^2+2x)^2-4(x^2+2x)+3=\{(x^2+2x)-3\}\{(x^2+2x)-1\}}$

$=(x+3)(x-1)(x^2+2x-1)$

(7)　(与式)$=\underline{(x-1)(x-7)\times(x-3)(x-5)+15=\{(x^2-8x)+7\}\{(x^2-8x)+15\}+15}$

$=\underline{(x^2-8x)^2+22(x^2-8x)+120}=\{(x^2-8x)+12\}\{(x^2-8x)+10\}$

$=(x-2)(x-6)(x^2-8x+10)$

第 10 問【色々な整式の因数分解】

次の式を因数分解せよ.

(1)　$abx^2+(a^2-b^2)xy-aby^2$　　(2)　$(a+b)^2+8c(a+b)+16c^2$

(3)　$5(x+y)^2-8(x+y)-4$　　(4)　$(x+y)(x+y+5)+6$

(5)　$x^2+y^2-2xy-x+y-12$　　(6)　$(2x-y)^3-(x+3y)^3$

(7)　a^6-7a^3-8　　(8)　a^6-b^6

(9)　$x^2y+4y^2z-4y^3-x^2z$　　(10)　$a^2b-bc-a^4c+2a^2c^2-c^3$

＜解＞

(1)　(与式)$=abx^2+(a^2-b^2)y\cdot x-ay\cdot by$

$=(ax-by)(bx+ay)$

$$\begin{array}{llll} a & -by & \longrightarrow & -b^2y \\ b & ay & \longrightarrow & a^2y \\ \hline ab & -aby^2 & & (a^2-b^2)y \end{array}$$

(2)　(与式)$=\{(a+b)+4c\}^2=(a+b+4c)^2$

(3)　(与式)$=\{(x+y)-2\}\{5(x+y)+2\}$

$=(x+y-2)(5x+5y+2)$

(4)　(与式)$=\underline{(x+y)^2+5(x+y)+6}=(x+y+2)(x+y+3)$

(5)　(与式)$=\underline{(x-y)^2-(x-y)-12}=(x-y+3)(x-y-4)$

(6)　(与式)$=\underline{\{(2x-y)-(x+3y)\}\{(2x-y)^2+(2x-y)(x+3y)+(x+3y)^2\}}$

$=(x-4y)(7x^2+7xy+7y^2)=7(x-4y)(x^2+xy+y^2)$

(7)　(与式)$=\underline{(a^3+1)(a^3-8)=(a+1)(a^2-a+1)\cdot(a-2)(a^2+2a+4)}$

$=(a+1)(a-2)(a^2-a+1)(a^2+2a+4)$

(8)　(与式)$=\underline{(a^3+b^3)(a^3-b^3)=(a+b)(a^2-ab+b^2)\cdot(a-b)(a^2+ab+b^2)}$

$=(a+b)(a-b)(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)$

(9)　(与式)$=\underline{(4y^2-x^2)z+(x^2-4y^2)y}=(x^2-4y^2)(y-z)=(x+2y)(x-2y)(y-z)$

(10)　(与式)$=\underline{b(a^2-c)-c(a^4-2ca^2+c^2)=b(a^2-c)-c(a^2-c)^2}$

$=(a^2-c)(b-a^2c+c^2)$

第 11 問【分数式の計算】

次の計算をせよ.

(1) $\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x+1}$　　(2) $\dfrac{3}{x(3-x)}+\dfrac{x}{3(x-3)}$

(3) $\dfrac{b}{a^2-ab}-\dfrac{a-2b}{b^2-ab}$　　(4) $\dfrac{1}{x^2-x}+\dfrac{1}{x^2-3x+2}$

(5) $\dfrac{x-2}{x^2-3x+2}-\dfrac{x+1}{x^2+2x+1}$　　(6) $\dfrac{x+5}{x^2-x}-\dfrac{x-3}{2x^2+3x}-\dfrac{x+9}{2x^2+x-3}$

＜解＞

(1)　(与式)$=\dfrac{(x+1)-x}{x(x+1)}=\dfrac{1}{x(x+1)}$

(2)　(与式)$=\dfrac{3(-3)+x^2}{3x(x-3)}=\dfrac{(x-3)(x+3)}{3x(x-3)}=\dfrac{x+3}{3x}$

(3)　(与式)$=\dfrac{b}{a(a-b)}+\dfrac{a-2b}{b(a-b)}=\dfrac{b^2+a(a-2b)}{ab(a-b)}=\dfrac{(a-b)^2}{ab(a-b)}=\dfrac{a-b}{ab}$

(4)　(与式)$=\dfrac{1}{x(x-1)}+\dfrac{1}{(x-1)(x-2)}=\dfrac{(x-2)+x}{x(x-1)(x-2)}=\dfrac{2(x-1)}{x(x-1)(x-2)}=\dfrac{2}{x(x-2)}$

(5)　(与式) $=\dfrac{x-2}{(x-1)(x-2)}-\dfrac{x+1}{(x+1)^2}=\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{1}{x+1}=\dfrac{(x+1)-(x-1)}{(x-1)(x+1)}$

$$=\frac{2}{(x-1)(x+1)}$$

(6)　(与式) $=\dfrac{x+5}{x(x-1)}-\dfrac{x-3}{x(2x+3)}-\dfrac{x+9}{(x-1)(2x+3)}$

$$=\frac{(x+5)(2x+3)-(x-3)(x-1)-x(x+9)}{x(x-1)(2x+3)}=\frac{4(2x+3)}{x(x-1)(2x+3)}=\frac{4}{x(x-1)}$$

第 12 問【絶対値記号含む方程式】

次の等式を満たす実数 x の値を求めよ.

(1)　$|x-3|=3$　　(2)　$|x+2|=4$　　(3)　$|3x-2|=4$

＜解＞

(1)　等式が成り立つことは，点 P(x) が，点 Q(3) から距離 3 の位置にあることである.
　よって　　$x=0,\ 6$

(2)　等式が成り立つことは，点 P(x) が，点 Q(-2) から距離 4 の位置にあることである．よって　　$x=-6,\ 2$

(3)　等式が成り立つことは，点 P$(3x)$ が，点 Q(2) から 距離 4 の位置にあることである．よって　　$3x=-2,\ 6$　　ゆえに　　$x=-\dfrac{2}{3},\ 2$

第 13 問【絶対値記号含む不等式】

次の不等式を満たす実数 x の値の範囲を求めよ.

(1)　$|x-2|<4$　　(2)　$|x-3|\geqq 2$　　(3)　$|2x+5|<2$

＜解＞

(1)　不等式が成り立つことは，点 P(x) が，点 Q(2) から距離 4 未満の位置にあることである．よって　　　$-2<x<6$

(2)　不等式が成り立つことは，点 P(x) が，点 Q(3) から距離 2 以上の位置にあることである．よって　　　$x \leqq 1$，$5 \leqq x$

(3)　不等式が成り立つことは，点 P$(2x)$ が，点 Q(-5) から距離 2 未満の位置にあることである．よって　　　$-7<2x<-3$　　　ゆえに　　$-\dfrac{7}{2}<x<-\dfrac{3}{2}$

第 14 問【絶対値記号含む方程式，不等式－場合分けして解く】

次の方程式，不等式を解け．

(1)　$|x+1|=3x$　　　(2)　$|x-2|<\dfrac{1}{2}x$　　　(3)　$|x-3| \geqq x$

＜解＞

(1)　[1]　$x+1 \geqq 0$　すなわち　$x \geqq -1$ のとき

$|x+1|=x+1$ であるから，方程式は　　$x+1=3x$

ゆえに　　$x=\dfrac{1}{2}$　　　これは $x \geqq -1$ を満たす．

[2]　$x+1<0$　すなわち　$x<-1$ のとき

$|x+1|=-(x+1)$ であるから，方程式は　　$-(x+1)=3x$

ゆえに　　$x=-\dfrac{1}{4}$　　　これは $x<-1$ を満たさない．

よって，求める x の値は　　$x=\dfrac{1}{2}$

(2)　[1]　$x \geqq 2$ のとき

$|x-2|=x-2$ であるから，不等式は　　$x-2<\dfrac{1}{2}x$　　　よって　　$x<4$

$x \geqq 2$ との共通範囲は　　$2 \leqq x<4$

[2]　$x<2$ のとき

$|x-2|=-(x-2)$ であるから，不等式は　$-(x-2)<\frac{1}{2}x$　よって　$x>\frac{4}{3}$

$x<2$ との共通範囲は　$\frac{4}{3}<x<2$

よって，求める x の値の範囲は　$\frac{4}{3}<x<4$

(3)　[1]　$x \geqq 3$ のとき

$|x-3|=x-3$ であるから，不等式は　$x-3 \geqq x$　よって　$-3 \geqq 0$

これは成り立たない．

[2]　$x<3$ のとき

$|x-3|=-(x-3)$ であるから，不等式は　$-(x-3) \geqq x$　よって　$x \leqq \frac{3}{2}$

$x<3$ との共通範囲は　$x \leqq \frac{3}{2}$

よって，求める x の値の範囲は　$x \leqq \frac{3}{2}$

第 15 問【絶対値記号含む不等式－複数の絶対値記号】

不等式 $|2x|+|x-5|<8$ を解け．

＜解＞

[1]　$x<0$ のとき　不等式は　$-(2x)-(x-5)<8$　これを解くと　$x>-1$

$x<0$ との共通範囲は　$-1<x<0$

[2]　$0 \leqq x<5$ のとき　不等式は　$2x-(x-5)<8$　これを解くと　$x<3$

$0 \leqq x<5$ との共通範囲は　$0 \leqq x<3$

[3]　$5 \leqq x$ のとき　不等式は　$2x+x-5<8$　これを解くと　$x<\frac{13}{3}$

これと $5 \leqq x$ の共通範囲はない．

よって，求める x の値の範囲は　$-1<x<3$

第 16 問【2 重根号をはずす】

次の式を簡単にせよ.

(1) $\sqrt{4+2\sqrt{3}}$ (2) $\sqrt{15-6\sqrt{6}}$ (3) $\sqrt{11-\sqrt{96}}$

(4) $\sqrt{2+\sqrt{3}}$ (5) $\sqrt{4-\sqrt{15}}$ (6) $\sqrt{6+3\sqrt{3}}$

＜解＞

(1) (与式)$=\sqrt{(3+1)+2\sqrt{3\cdot 1}}=\sqrt{3}+\sqrt{1}=\sqrt{3}+1$

(2) (与式)$=\sqrt{15-2\sqrt{3^2\cdot 6}}=\sqrt{(9+6)-2\sqrt{9\cdot 6}}=\sqrt{9}-\sqrt{6}=3-\sqrt{6}$

(3) (与式)$=\sqrt{11-2\sqrt{24}}=\sqrt{(8+3)-2\sqrt{8\cdot 3}}=\sqrt{8}-\sqrt{3}=2\sqrt{2}-\sqrt{3}$

(4) (与式)$=\sqrt{\dfrac{4+2\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{\sqrt{(3+1)+2\sqrt{3\cdot 1}}}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$

(5) (与式)$=\sqrt{\dfrac{8-2\sqrt{15}}{2}}=\dfrac{\sqrt{(5+3)-2\sqrt{5\cdot 3}}}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{10}-\sqrt{6}}{2}$

(6) (与式)$=\sqrt{\dfrac{12+2\sqrt{3^2\cdot 3}}{2}}=\dfrac{\sqrt{(9+3)+2\sqrt{9\cdot 3}}}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{9}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$