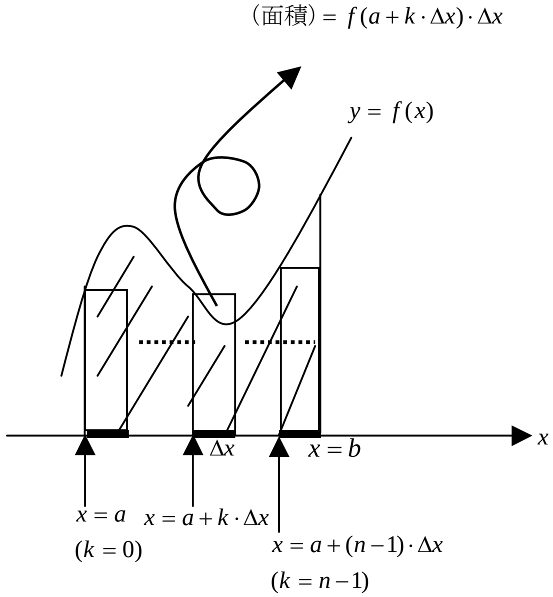
区分求積法　フローチャート



$b-a$ を n 等分する。

$\Delta x = \dfrac{b-a}{n}$ とすると

図にある長方形の面積は

$f(a+k\cdot\Delta x)\cdot\Delta x$

である。

長方形の面積の総和は

$\displaystyle\sum_{k=0}^{n-1} f(a+k\cdot\Delta x)\cdot\Delta x$

であるが、 Δx を限りなく小さくすると、即ち $n\to\infty$ とすると、この面積の総和は、 $y=f(x)$ の $x=a$ 、 $x=b$ 、 x 軸とで囲まれた面積に限りなく近づく。

↓

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=0}^{n-1} f(a+k\cdot\Delta x)\cdot\Delta x = \int_a^b f(x)\,dx$$

$$\left(\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f(a+k\cdot\Delta x)\cdot\Delta x = \int_a^b f(x)\,dx\right)$$

これが区分求積法である。

とくに、

$a=0$ 、 $b=1$ であるとき、

$\Delta x = \dfrac{1}{n}$ であるので、

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1} f\left(\frac{k}{n}\right) = \int_0^1 f(x)\,dx$$

$$\left(\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} f\left(\frac{k}{n}\right) = \int_0^1 f(x)\,dx\right)$$

は計算問題でよく取り上げられる。

必ず覚えておこう。

（例）

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1}\left(\frac{k}{n}\right)^2 = \int_0^1 x^2\,dx$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\log\left(\frac{k}{n}\right) = \int_0^1 \log x\,dx$$

※応用：

$b-a$ を $\ell\cdot n$ 等分する。

このとき、 $a=0$ 、 $b=\ell$ とおくと

$\Delta x = \dfrac{\ell}{\ell\cdot n} = \dfrac{1}{n}$ と変わらず

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=0}^{\ell n-1} f\left(\frac{k}{n}\right) = \int_0^{\ell} f(x)\,dx$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{\ell\cdot n} f\left(\frac{k}{n}\right) = \int_0^{\ell} f(x)\,dx$$