積分法の応用　フローチャート

定積分の応用

★不等式への応用：

↓

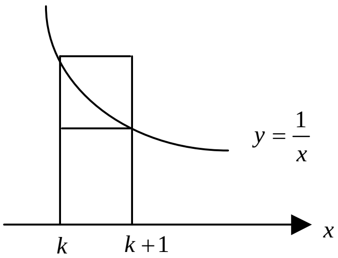
基本は面積などを使って評価していくと楽。

（例）

$$\frac{1}{k+1} < \int_k^{k+1} \frac{1}{x}dx < \frac{1}{k} \quad (k \geqq 1)$$

は、$y=\frac{1}{x}$ のグラフの、

$k \leqq x \leqq k+1$ における部分の面積を評価することで導ける。



★積分方程式：

↓

方程式に定積分が含まれているとき、積分範囲が定数である場合はその定積分を定数 k などとおいてスタートすると良い。

（例）

$$f(x) = x + \int_0^1 f(t)\,dt$$

において $f(x)$ を求める場合、

$\int_0^1 f(t)\,dt = k$ とおけば

$f(x) = x + k$ である。あとは、

$k = \int_0^1 (t+k)\,dt$ から

k を求めればよい。

★微分との融合：

↓

$$\int_a^x f(t)\,dt = [F(t)]_a^x$$
$$= F(x) - F(a)$$

(a は定数）

より、

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)\,dt = \frac{d}{dx}\{F(x) - F(a)\}$$
$$= f(x)$$

となる。

（例）

$$\int_0^x f(t)\,dt = \log x$$

において、

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)\,dt = (\log x)' = \frac{1}{x}$$

$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)\,dt = f(x)$ より、

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

★物理学への応用：

微分で、変位 x を時間 t で微分すると速度 $v(t)$ が求まることを学んだ。

したがって $v(t)$ を時間で積分することで変位 x が求まる。

即ち $\int v(t)dt = x(t) + C$

初期条件を与えると積分定数 C が求まる。