微分法（1）ー微分の計算・接線・法線　フローチャート

微分係数：$\lim_{b\to a}\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}=\lim_{h\to 0}\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}=f'(a)$

→導関数：$\boxed{\lim_{h\to 0}\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}=f'(x)}$

★微分公式

1.$\{f(x)g(x)\}'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$　※$\{f(x)g(x)h(x)\}'=f'(x)g(x)h(x)+f(x)g'(x)h(x)+f(x)g(x)h'(x)$

2.$\left\{\dfrac{f(x)}{g(x)}\right\}'=\dfrac{f(x)'g(x)-f(x)g'(x)}{\{g(x)\}^2}$　※$\left\{\dfrac{1}{g(x)}\right\}'=\dfrac{-g'(x)}{\{g(x)\}^2}$

3.$[\{f(x)\}^n]'=nf'(x)\{f(x)\}^{n-1}$

4.$\{\sin f(x)\}'=f'(x)\cos f(x)$　※$(\sin x)'=\cos x$　※$\{\sin^n f(x)\}'=n\{\sin f(x)\}'\sin^{n-1} f(x)$

5.$\{\cos f(x)\}'=-f'(x)\sin f(x)$　※$(\cos x)'=-\sin x$　※$\{\cos^n f(x)\}'=n\{\cos f(x)\}'\cos^{n-1} f(x)$

6.$\{\tan f(x)\}'=\dfrac{f'(x)}{\cos^2 f(x)}$　※$(\tan x)'=\dfrac{1}{\cos^2 x}$　※$\{\tan^n f(x)\}'=n\{\tan f(x)\}'\tan^{n-1} f(x)$

7.$\{e^{f(x)}\}'=f'(x)e^{f(x)}$　※$(e^x)'=e^x$

8.$\{\log f(x)\}'=\dfrac{f'(x)}{f(x)}$　※$(\log x)'=\dfrac{1}{x}$

9.$\{a^{f(x)}\}'=f'(x)a^{f(x)}\cdot\log a$　※$(a^x)'=a^x\cdot\log a$

10.$\{\log_a f(x)\}'=\dfrac{f'(x)}{f(x)\cdot\log a}$　※$(\log_a x)'=\dfrac{1}{x\cdot\log a}$

11.$\{\sqrt{f(x)}\}'=\dfrac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$　※$(\sqrt{x})'=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

$\lim_{h\to 0}(1+h)^{\frac{1}{h}}=e$，　$\lim_{h\to\pm\infty}\left(1+\dfrac{1}{h}\right)^h=e$，　$\lim_{h\to 0}\dfrac{\log(1+h)}{h}=1$，　$\lim_{h\to 0}\dfrac{e^h-1}{h}=1$

も合わせて必ずおぼえておくこと。

★接線の方程式・法線の方程式

一般に、 $y=f(x)$ の点 $(a\,,\,f(a))$ における接線の傾きは $f'(a)$

法線（接点において接線と直交する直線）の傾きは $-\dfrac{1}{f'(a)}$

↓

$y=f(x)$ の点 $(a\,,\,f(a))$ における接線の方程式： $y-f(a)=f'(a)(x-a)$

$y=f(x)$ の点 $(a\,,\,f(a))$ における法線の方程式： $y-f(a)=-\dfrac{1}{f'(a)}(x-a)$

※まず接点の座標・接点における直線の傾きを考えよう！！

↓

接点がわからない接線・法線を考える

①接点を $(a\,,\,f(a))$ とおく。

② $(a\,,\,f(a))$ における直線の傾きや、直線の方程式を立てる。

③与えられた条件と②より、みたす a を求める。

④②の方程式に③の値を戻す。

★関数の連続と微分可能性

一般に、 $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}=f'(a)$ をみたす a があれば、 $y=f(x)$ は点 $(a\,,\,f(a))$ において微分可能であるという。微分公式は、微分可能の前提で使える公式である。このとき、

《要注意》

$y=f(x)$ は点 $(a\,,\,f(a))$ において微分可能 $\Rightarrow$ $y=f(x)$ は点 $(a\,,\,f(a))$ において連続

$y=f(x)$ は点 $(a\,,\,f(a))$ において連続 $\not\Rightarrow$ $y=f(x)$ は点 $(a\,,\,f(a))$ において微分可能

（例） $f(x)=|x|$ は、 $x=0$ において連続であるが、

$\displaystyle\lim_{h\to +0}\frac{f(0+h)-f(0)}{h}=1$ 、 $\displaystyle\lim_{h\to -0}\frac{f(0+h)-f(0)}{h}=-1$

より $x=0$ において微分可能ではない。

◆連続と微分可能性を調べる

① $\displaystyle\lim_{h\to +0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ 、 $\displaystyle\lim_{h\to -0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ を求める。

極限値が一致すれば $x=a$ において微分可能

②微分可能であれば連続である。微分可能でないときは連続性について調べる。