関数の増減・凹凸とグラフの概形・最大と最小　フローチャート

関数 $y=f(x)$ は

$f'(x)>0$ をみたす区間… y は増加

$f'(x)<0$ をみたす区間… y は減少

極値を持つ条件は、$f'(x)$ の符号が変化する x を $f'(x)$ が持つこと。

$x=\alpha$ において $f'(x)>0$ から $f'(x)<0$ に変化… $x=\alpha$ において極大値をとる

$x=\alpha$ において $f'(x)<0$ から $f'(x)>0$ に変化… $x=\alpha$ において極小値をとる

$f'(\alpha)=0$ だからといって $x=\alpha$ で必ずしも極値をとるのではないことに注意。

$f''(x)>0$ をみたす区間… $f'(x)$ は増加…下に凸の概形を描く

$f''(x)<0$ をみたす区間… $f'(x)$ は減少…上に凸の概形を描く

この考え方を使えばグラフの概形を書くことが出来る

↓

★グラフの概形を書く

①対称性、周期性のあるグラフかどうか考える

②漸近線の有無を考える

③ $f'(x)$ の符号を調べる

④ $f''(x)$ の符号を調べる

⑤増減表書いて考える

※漸近線は 2 種類考える

◆ $\displaystyle\lim_{x\to a} f(x)=\pm\infty$ をみたすとき、

$x=\alpha$ は漸近線になる。

（左の極限と右の極限両方を調べること）

◆ $\displaystyle\lim_{x\to\pm\infty}\{f(x)-(ax+b)\}=0$ をみたすとき、

$y=ax+b$ が漸近線になる。

★ $y=ax+b$ が漸近線になるとき、

$$a=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{f(x)}{x}$$

$$b=\lim_{x\to\pm\infty}\{f(x)-ax\}$$

※代表的な対称性をもつもの

◆ $f(-x)=f(x)$ なら y 軸対称

◆ $f(-x)=-f(x)$ なら原点対称

※周期性をもつもの

$f(x+t)=f(x)$ なら $x=t$ が周期

以上のもの見抜ければだいぶグラフを書くときに楽になる

※関数の最大・最小を考えるときは、

定義域内での関数の増減を考え、その中での最大・最小を考えていけばよい。